Наше путешествие начнём с электродинамики. Это не должно нас удивлять – электродинамика и породила сначала постоянство скорости света, откуда и вытекла СТО. Механика никогда бы не согласилась на такие «гадости», как сжимаемость пространства, отказ от преобразований Галилея, если бы не электродинамика «выкрутила ей руки».

Начнём с задачи о пульсирующем заряде, которая естественным путём приведёт к сферическим волнам.
У нас есть заряд, который покоится, однако его величина меняется по известному закону q(t) (мы его запишем как q_0*f(t), чтобы обезразмерить функцию времени).
Каков будет потенциал от него?
Неправильный ответ: q(t)/r.
Правильный ответ: q(t-r/c)/r.
Т.е. если мы захотим узнать потенциал на расстоянии 300 тыс км от зарядов, нам надо будет знать заряд, который был секунду назад. Если точка наблюдении на расстоянии 450 тыс км – то полторы секунды назад.
Т.е. потенциал распространяется в пространстве как волна, не мгновенно. Если бы он распространялся бы мгновенно, то информация во Вселенной бы распространялась мгновенно, а у нас всё-таки есть ограничение.

Вывод формулы (вообще подразумевает хорошие знания, можете пропустить).
Плясать будем от волновых уравнений

$$\nabla^2\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = -4\pi\rho(\mathbf{r},t);$$

$$\nabla^2\mathbf{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\mathbf{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c}\mathbf{j}(\mathbf{r},t).$$

Ну, точнее, от первого.
Плотность заряда везде, кроме начала координат, 0

$$\nabla^2\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = 0$$

Потенциал зависит только от r, так что у лапласиана ненулевой будет только радиальная составляющая

$$\nabla_r^2\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = 0$$

Имеет он вот такой вид

$$\nabla_r^2\varphi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right)$$

Подставляем, раскрываем производную. Получаем дифур

$$\varphi^{||} + \frac{2}{r}\varphi^{|} - \frac{1}{c^2}\ddot{\varphi} = 0$$

Где штрихами обозначены производные по r, а точками – по времени.
Это было бы волновым уравнений, если бы не второе слагаемое.

Получим волновое уравнение, сделав замену

$$\chi(\vec{r}, t) = r * \varphi(\vec{r}, t)$$

Как до неё додуматься? Ну, мы понимаем из физических соображений, что потенциал убывает с ростом r, и, скорее всего, обратно пропорционально. Тогда эта замена становится более понятно.
Если мы выразим φ через χ: $\vec{r}$

$$\varphi(\vec{r}, t) = \frac{\chi(\vec{r}, t)}{r}$$

Подсчитаем две производные по r и одну вторую по времени и подставим их в уравнение, то получим относительно χ уже волновое уравнение:

$$\chi^{||} + \frac{1}{c^2}\ddot{\chi} = 0$$

Мы при слове «волна» привыкли представлять себе бегущие E и H. Но точно таким же уравнениям подчиняются и φ, и A.

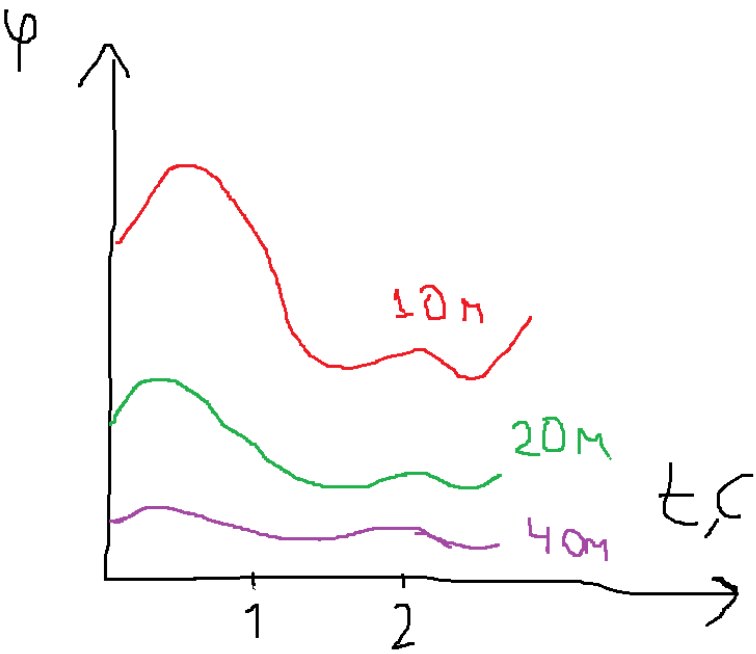
Его решение:

$$\chi(\vec{r}, t) = \chi\left(t - \frac{r}{c}\right)$$

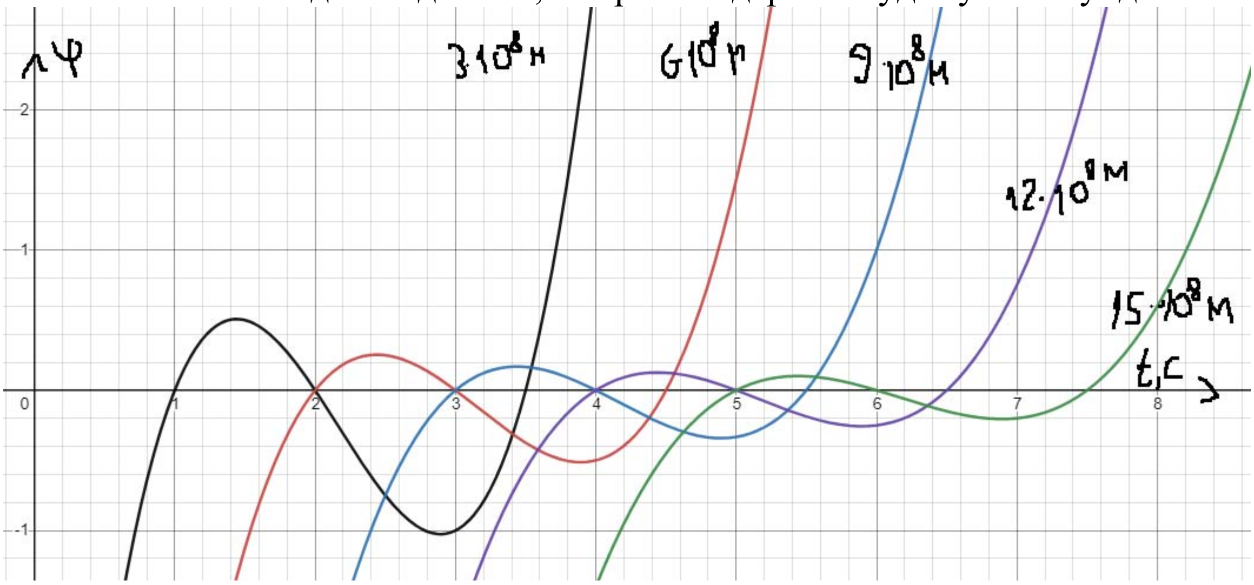
Тогда итоговая формула для потенциала: конец вывода

$$\varphi(\vec{r}, t) = \frac{q\left(t - \frac{r}{c}\right)}{r}$$

Пример. Зависимость потенциала от времени для разных расстояний до заряда:



Если характерные расстояния достаточно малы, то наши кривые практически синхронны (сдвинуты буквально на микросекунды).
А вот если мы отойдём подальше, то время задержки будет уже секунды:



Видно, что тем дальше мы находимся от заряда, тем не только меньше потенциал, но и больше времени задержки.
Вопрос на понимание: глядя на график, скажите, в какие моменты пульсирующий заряд становится ноль? Ответ: 0 сек, 1 сек, 2,5 сек.

О роли синусоидальности

Представьте, что вы принимаете экзамен у парочки, причём расставшейся парочки. Вы задаёте им один и тот же вопрос: напишите формулу для волн. Для простоты в одномерии.
Один пишет

$$F(x,t) = f(x - ct)$$

Второй

$$F(x,t) = f(x)e^{i(\omega t - kx)}$$

Результаты не совпадают, следует парочка взаимных оскорблений «Козёл!» «Сама ты коза!», и две пары рассерженных глаз смотрят на вас как на арбитра. А кто прав, как считаете?

Прав тот, кто написал

$$F(x,t) = f(x - ct)$$

В этом идея волн – функция f в некоторой точке равна тому, что дал источник t секунд назад в ct метрах поодаль.

А что касается $f(x)e^{i(\omega t - kx)}$, хотелось бы напомнить, что в уравнениях Максвелла никакой ω и никакого k нет. Это всё уже потом придумали люди, раскладывая всё на свете по синусам и косинусам. Часто это оказывается оправданным, особенно, когда источник изначально даёт синусоидальную волну (например, лазер).

__Плоские волны__

Давайте вспомним классику  и представим себе, что Земля плоская. А чтобы не было границ, она будет вдобавок и бесконечной. Не, ну а что, Антарктида бесконечна, а Южный полюс - это всё заговор шароверов.
А ещё мы абсолютно плоские существа (парочка любителей аниме оживилась).
Сама Вселенная трёхмерна, но вот именно Земля двухмерна.

Вот живём мы на такой плоской Земле. У нас на Земле есть различные заряды и токи, мы их постоянно двигаем – создаём движуху. Можем ввести функцию

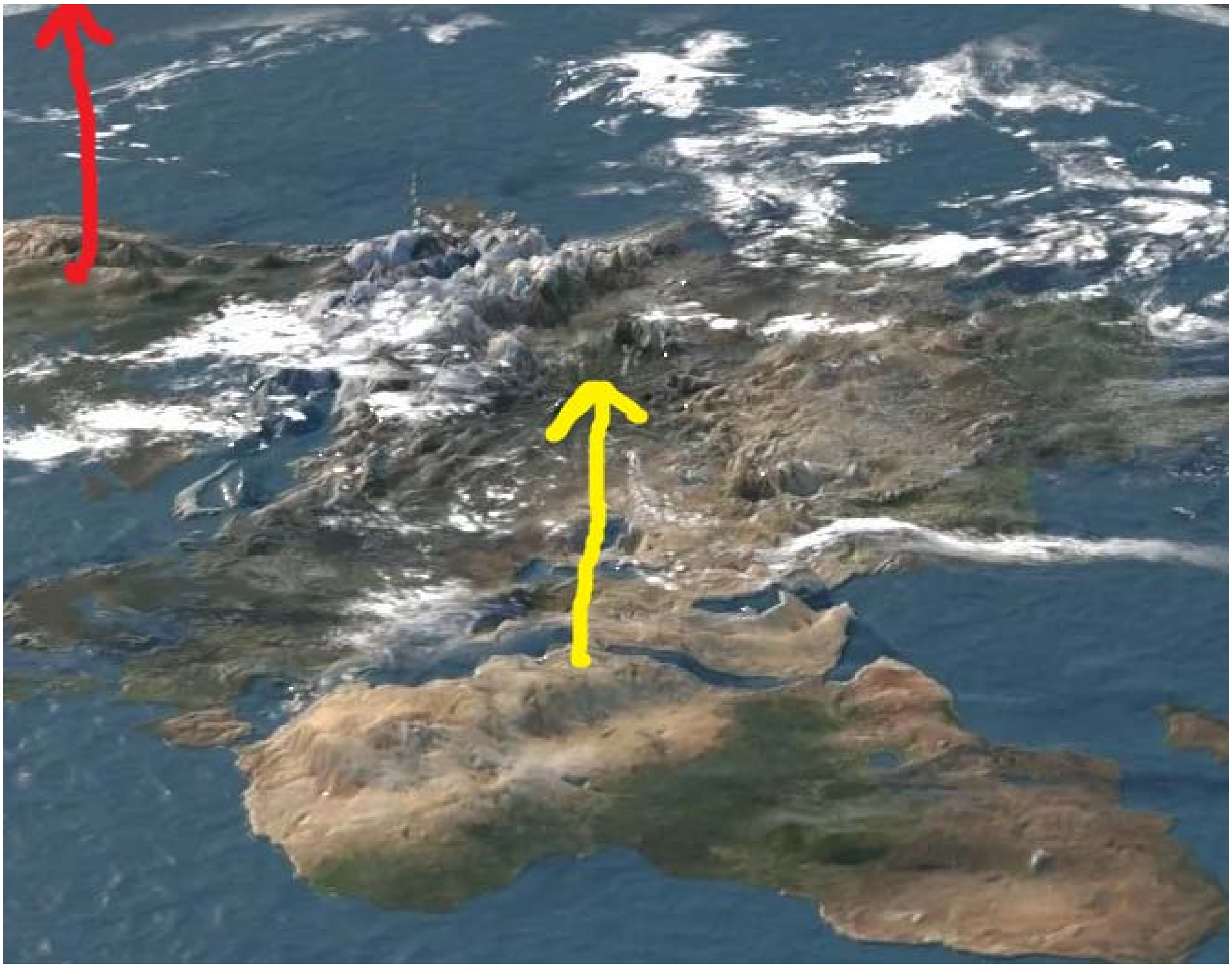
$$f(x, y, t)$$

Обозначающую нашу активность в точке x,y в момент времени t. Под активностью имеется в виду $E_x, E_y, E_z, B_x, B_y, B_z$.

Тогда что будет в космосе, т.е. там, где $z \neq 0$? Хочется написать

$$F(x, y, z, t) = f\left(x, y, t - \frac{|z|}{c}\right)$$

Т.е. человечество распространяет информацию по себе по Вселенной:



т.е. наблюдатель над Америкой увидит то поле, которое было в Америке $\frac{|z|}{c}$ времени назад, а над Египтом – то, что было в Египте $\frac{|z|}{c}$ назад.

Вот так наглядно и устроены плоские волны!

Всё бы хорошо, но есть два нюанса:
1) Космос должен быть абсолютно пустым, т.е. там не должно быть своих зарядов и токов. Т.е. мы получили решение в свободном пространстве (кроме одной плоскости).
2) Формула также верна только в случае, если

$$f(x, y, t) = f(t)$$

Т.е. на всей Земле «слушают одну и ту же музыку»: одинаковая плотность зарядов и плотность токов.
Это гораздо более неочевидная причина. Именно она приводит к дифракции, которую вы будете изучать в следующем семестре.
Но в целом, что такое плоские волны, мы поняли.